「かどっこ・くまモン」、「すみっこ・くまモン」
誕生物語

平成２４年１２月６日　作製者

そもそものきっかけは、次のとおりです。２年前に私が勤務していた高校で、美術の教育実習生の授業を見学しました。その授業は、画用紙で作った立方体の各面にストーリーのある絵を描くというものでした。授業後、指導する美術の先生から、「生徒から『立方体の１面だけでなく、互いに隣り合う３面で１つの絵に見えるようにすることはできないか。』という質問を受けた。」と言われました。私は元々数学の教師でしたが、これは高校の数学によってできると思い、休日に、立方体の３面に図を描いて、円に見えるようにすることから、まずやってみることにしました。点のみ描いただけで結びはしませんでしたが、２日間でできました。

円のような単純な図形は比較的簡単でしたが、あまり面白くありません。次に作ったのは「ドラえもん」でした。高校の文化祭の職員展示で展示しました。見学に来て興味を持った小学生や中学生が持って帰れるよう、ここに掲載したような折り紙を何枚か展示教室に置いておきました。当初、方眼紙で立方体を作り、それに切り取った３枚の正方形を貼っていたのでしたが、手間がかかりますので、これを機に折り紙でできるように変えました。

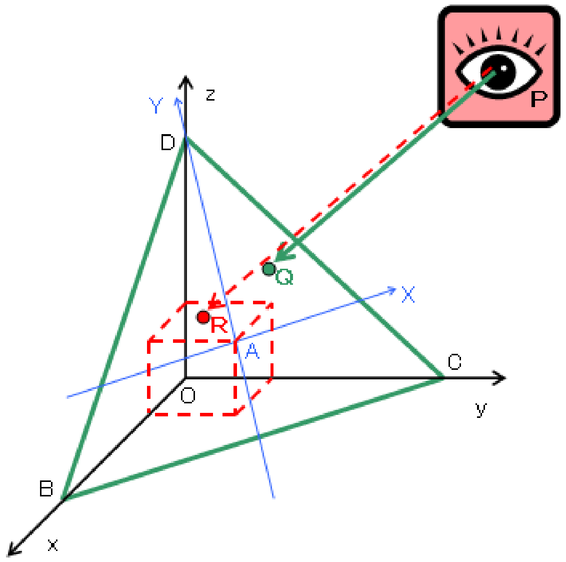
「ドラえもん」のような一般的な画像の場合、座標軸や距離１を定めたうえで、その画像上の点の座標を、読み取る必要があります。「ドラえもん」のときは、上から格子を重ねて画面上で読み取りましたが、このやり方では、非常に時間がかかります。多くの教員に使ってもらうことは期待できません。そのため、教材化は休止することにしました。

それから 2 年間が過ぎました。今年 1 月に、熊本県教育委員会はインターネット上に教材等共有システムを新設しました。私はそれを機に再び教材化を考え始めました。６月に、ある知り合いの先生に「ドラえもん」の折り紙を見せたところ、「数学の教材としてだけでなく、教科『情報』の教材としても良い。」と言われました。さらに、「点の座標を読み取るソフトウエアが何かあるはずだ。」と言われ、帰宅してからインターネットで検索したところ、確かにありました。 ２年前にも探したはずですが、そのときは検索に指定した言葉が不適当だったせいか見つけることができませんでした。このソフトウエアのおかげで教材化ができ、その第１号作品の題材として選んだのが、「くまモン」です。

たまたま聞いた生徒の質問がきっかけでしたが、結果として、幼児からお年寄りまで幅広い年代の人々に楽しんでもらえるものが作れる教材ができたと思います。小学４年生くらいまでは作られたものを眺めて楽しみ、小学５年生から高校１年生までくらいは作って楽しみ、高校２年生は原理を理解して楽しむ。そして、高校３年生は立方体の３面以外のものへ射影させられないか試行錯誤する、そういう成長段階に応じた楽しみ方ができると思います。また、特別支援学校の児童生徒も教員の支援の仕方によっては同じような楽しみ方ができると思います。

より多くの子どもたちに「かどっこ・くまモン」、「すみっこ・くまモン」の折り紙を知ってもらいたいと思います。「何でだろう？不思議！」と思うことに多く出会うことが、ずっと学び続けるということにつながっていくと思うからです。幸いなことに、「かどっこ・くまモン」、「すみっこ・くまモン」の折り紙は、今年の８月１８日、１９日にグランメッセで開催された「青少年のための科学の祭典熊本大会 2012」で販売された「実験解説集」のおまけに採用されましたが、インターネットによって、もっともっと多くの子どもたちに体験してもらえたら、とても嬉しく思います。

（付録）原理について



上図のように、座標空間に１辺の長さが１の立方体を置きます。頂点の１つ、点（1，1，1）をAとし、点Aを通り、$\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ に垂直な平面をπとします。

平面πとｘ軸、ｙ軸、ｚ軸との交点をそれぞれ、B、C、Dとすると、座標はそれぞれ、(3，0，0)、(0，3，0)、(0，0，3)となります。次に、平面πについて、次のような座標平面を考えます。まず、原点は点Aとします。点Aを通り直線BCに平行な直線をX軸とし、点Bから点Cへの向きをX軸の正の向きとします。また、直線ADをY軸とし、点Aから点Dへの向きをY軸の正の向きとします。このとき、平面πの基本ベクトルの成分表示は、次のようになります。

$$\vec{e}_X=\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\ \vec{e}_Y=\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)\quad (1)$$

点Qが平面π上にあるとき、$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}$ は、適当な実数m,nによって、次のように表されます。

$$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}=m\vec{e}_X+n\vec{e}_Y$$

（1）を用いて、

$$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}=m\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)+n\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$$
$$=\left(-\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}},\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}},\frac{2n}{\sqrt{6}}\right)\quad (2)$$

視点Pを、$\overrightarrow{\mathbf{OP}}$が$\overrightarrow{\mathbf{OA}}$と同じ向きとなるように選び、その座標を$(a,a,a)$とします。点Qを平面$\pi$上にあるとし、線分PQを点Q側に延長して、立方体の３面のうちの１つの面と交わったとき、この交点をRとすると、適当な実数tによって次の等式が成り立ちます。

$$\overrightarrow{\mathbf{PR}}=t\overrightarrow{\mathbf{PQ}}$$

これより、

$$\overrightarrow{\mathbf{OR}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}}=t(\overrightarrow{\mathbf{OQ}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}})$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OR}}=t(\overrightarrow{\mathbf{OA}}+\overrightarrow{\mathbf{AQ}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}})+\overrightarrow{\mathbf{OP}}$$

点Rの座標を(x,y,z)とします。これと（2）を用いて、

$$(x,y,z)$$
$$=t\left(1-\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}}-a,1+\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}}-a,1+\frac{2n}{\sqrt{6}}-a\right)$$
$$+(a,a,a)$$

$$\begin{cases} x=t\left(1-\dfrac{m}{\sqrt{2}}-\dfrac{n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \\ y=t\left(1+\dfrac{m}{\sqrt{2}}-\dfrac{n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \\ z=t\left(1+\dfrac{2n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \end{cases}\quad (3)$$

「かどっこ・くまモン」の場合、例えば、立方体の上面に点Rがあるならば、$z=1$を代入してtの値を求め、残りの２つの方程式に代入すればx,yの値を求めることができます。立方体の上面に点Rがあるかどうかの判断は、x,yの値がともに0以上１以下になっているかどうかによって行うことができます。他の２面についても同様の計算を行い、点Rがその面にあるかどうかの判断を行うことができます。

ところで、私は、当初、「かどっこ・くまモン」しか考えていませんでしたが、式を眺めているうちに、１の代わりに０を代入するだけで「すみっこ・くまモン」ができることに気付きました。