はじまりから現在まで

2019 年8月８日

2010 年度に勤務していた高校で美術の教育実習生の授業を参観しました。画用紙で作った立方体の各面に、各自が作ったストーリーに沿って絵を描くという授業でした。授業後、美術の教諭から、「生徒から、『立方体の１面だけでなく、互いに隣り合う３面で１つの絵に見えるようにすることはできませんか。』という質問を受けました。」と言われました。私は、ベクトル（の実数倍）を使えば可能であると思い、まずは、立方体の３面に図を描いて、円に見えるようにすることから始めました。円は、エクセル等を用いて２日間でできました。円の次は、「ドラえもん」にしました。「ドラえもん」とわかるくらいの数の点を選んで、立方体の展開図に点を描きました。2012 年度には、「くまモン」の画像を使い、展開図に点をいくつか描いた後、ペイントを用いて黒色や赤色で塗りました。2015 年度には、コンピュータ・プログラムをつくり、精緻化するとともに、表面に描画する立体等を角柱や円柱、円錐、球、屏風（蛇腹）に拡げました。

２　方法

設定した仮想キャンバス上に、好きな画像（長方形）を置きます。視点をＰ、画像上の点をQ、線分ＰＱを点Q側に延長した半直線と立体等（透明の場合を含む。）の表面との交点をRとすると、

$$\overrightarrow{\mathrm{PR}} = t\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \quad （t は実数）$$

当初は、次の手順で点Rを描きました。

①　仮想キャンバス上の点Qの「位置」（画像の左上隅からの横、縦の長さの組。以下、同様。）から、点Qの空間座標（原点や軸は適当に定める。）を求める。

②　３点P、Q、Rの空間座標が満たす条件（立体の種類による。）から、実数ｔの値を求め、点Rの空間座標を求める。

③　立体の展開図（関係部分を含む長方形。以下、同様。）上の点Rの「位置」を求め、点Rの色を点Qと同じ色に設定する。

しかし、このやり方は、仮想キャンバスに描いたように見える度合いが大雑把でよいのなら十分ですが、画像上の点が、数学の点と異なり、広さを持つ画素であるため（一方では、コンピュータで処理可能な理由でもあります。）、プログラムを用いて、すべての点Qについて点Rを求めても、点Rの集合は隙間だらけになってしまいます。

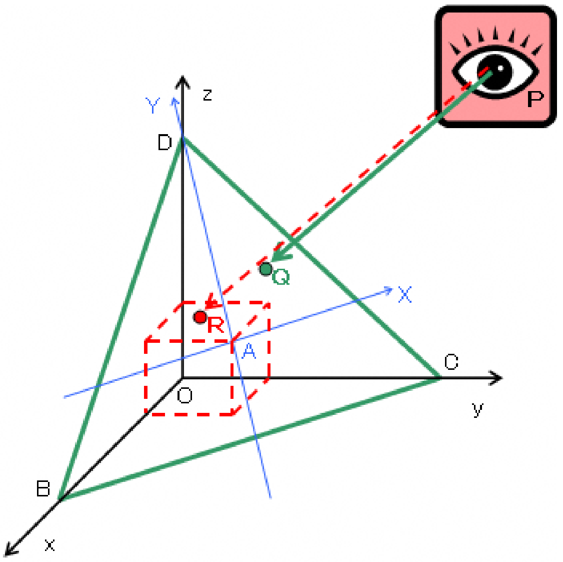
そこで、逆に、点Rから点Qを求めることにしました。すなわち、展開図上の点Rの「位置」と点Rの空間座標が満たす条件とから、点Rの空間座標と t の値とを求め、さらに、仮想キャンバス上の点Qの「位置」を求めて、点Rの色を点Qの色と同じ色に設定するという方法です。

３　おわりに

同じようなことをしている人をインターネットで探してみたところ、現代美術家の Felice Varini 氏を知りました。氏の作品は、円や直線が主体で、スケールがとても大きく、室内はおろか建物の外壁に描かれたものもあります。国内では、東京の立川市や名古屋大学、札幌ドームにあります。2007 年の「大阪・アート・カレイドスコープ」では、大阪府庁や大阪証券取引所に作品を作られました。

また、レゴ（ブロック）を使って取り組んでいる方が国内にいらっしゃいます。同じようなテーマに対して、いろいろな取り組み方があるんだなあと思います。

（付録）原理について（～2014 年度）



上図のように、座標空間に１辺の長さが１の立方体を置きます。頂点の１つ、点（1，１，1）をＡとし、点Ａを通り、$\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ に垂直な平面をπとします。

平面πとｘ軸、ｙ軸、ｚ軸との交点をそれぞれ、Ｂ、Ｃ、Ｄとすると、座標はそれぞれ、（3，０，０）、（０，３，０）、（０，０，３）となります。次に、平面πについて、次のような座標平面を考えます。まず、原点は点Ａとします。点Ａを通り直線ＢＣに平行な直線をＸ軸とし、点Ｂから点Ｃへの向きをＸ軸の正の向きとします。また、直線ＡＤをＹ軸とし、点Ａから点Ｄへの向きをＹ軸の正の向きとします。このとき、平面πの基本ベクトルの成分表示は、次のようになります。

$$\vec{e}_X=\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\ \vec{e}_Y=\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)\quad（1）$$

点Ｑが平面π上にあるとき、$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}$ は、適当な実数m,nによって、次のように表されます。

$$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}=m\vec{e}_X+n\vec{e}_Y$$

（１）を用いて、

$$\overrightarrow{\mathbf{AQ}}=m\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)+n\left(-\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$$

$$=\left(-\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}},\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}},\frac{2n}{\sqrt{6}}\right)\quad（2）$$

視点Ｐを、$\overrightarrow{\mathbf{OP}}$ が$\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ と同じ向きとなるように選び、その座標を(a,a,a)とします。点Ｑを平面π上にあるとし、線分ＰＱを点Ｑ側に延長して、立方体の３面のうちの１つの面と交わったとき、この交点をＲとすると、適当な実数tによって次の等式が成り立ちます。

$$\overrightarrow{\mathbf{PR}}=t\overrightarrow{\mathbf{PQ}}$$

これより、

$$\overrightarrow{\mathbf{OR}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}}=t(\overrightarrow{\mathbf{OQ}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}})$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OR}}=t(\overrightarrow{\mathbf{OA}}+\overrightarrow{\mathbf{AQ}}-\overrightarrow{\mathbf{OP}})+\overrightarrow{\mathbf{OP}}$$

点Ｒの座標を(x,y,z)とします。これと（２）を用いて、

$$(x,y,z)$$
$$=t\left(1-\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}}-a,1+\frac{m}{\sqrt{2}}-\frac{n}{\sqrt{6}}-a,1+\frac{2n}{\sqrt{6}}-a\right)$$
$$+(a,a,a)$$

$$\begin{cases} x=t\left(1-\dfrac{m}{\sqrt{2}}-\dfrac{n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \\ y=t\left(1+\dfrac{m}{\sqrt{2}}-\dfrac{n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \\ z=t\left(1+\dfrac{2n}{\sqrt{6}}-a\right)+a \end{cases}\quad（3）$$

「かどっこ・くまモン」の場合、例えば、立方体の上面に点Ｒがあるならば、$z=1$を代入してtの値を求め、残りの２つの方程式に代入すればx,yの値を求めることができます。立方体の上面に点Ｒがあるかどうかの判断は、x,yの値がともに０以上１以下になっているかどうかによって行うことができます。他の２面についても同様の計算を行い、点Ｒがその面にあるかどうかの判断を行うことができます。

ところで、私は、当初、「かどっこ・くまモン」しか考えていませんでしたが、式を眺めているうちに、１の代わりに０を代入するだけで「すみっこ・くまモン」ができることに気付きました。